ΕΝΩΣΗ ΕΛΛΗΝΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ
34ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ
Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ – Β΄ ΦΑΣΗ
30 ΜΑΡΤΙΟΥ 2024

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

Λύση:

α) Η αντίσταση χάλκινου $1m$ μήκους καλωδίου Cu 12-gauge έχουν διάμετρο $\delta = 2{,}053mm = 2{,}053 \cdot 10^{-3}$ άρα διατομή $A = \pi \frac{\delta^2}{4} = \frac{\pi}{4}\ (2{,}053\ \cdot 10^{-3})^2 = 3{,}31 \cdot 10^{-6} m$ οπότε $R_{12} = r\frac{l}{A} = \frac{0{,}0175 \cdot 10^{-6}}{3{,}31 \cdot 10^{-6}}\ \Omega = 5{,}3 \cdot 10^{-3} \Omega$ και ο ρυθμός που παράγεται θερμότητα $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = P_{R_{12Cu}} = I^2 R_{12\,Cu} = 20^2\ 5{,}3\ 10^{-3} \frac{J}{s} = 2{,}11 \frac{J}{s}$.

β) Το καλώδιο Αλουμινίου 12-gauge έχει αντίσταση $R_{12Al} = \rho_{Al}$ οπότε $\frac{R_{12Cu}}{R_{12Al}} = \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}} \Rightarrow R_{12Al} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} R_{12Cu} \Rightarrow$ $R_{12Al} = 1{,}64\ \cdot 5{,}3 \cdot 10^3\ \Omega\ =\ 8{,}8 \cdot 10^3\ \Omega$ άρα $\left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{Al} = P_{Al} = I^2 R_{Al} = 3.5\, Js^{-1} > 2{,}11 Js^{-1}$. Επομένως το καλώδιο θα υπερθερμανθεί με κίνδυνο πυρκαγιάς.

γ) Για να είναι $\left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)'_{Al} = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)_{Cu}$ δηλαδή $I^2 R_{Al_x} = I^2 R_{Cu_x} \Rightarrow R_{Al_x} = R_{Cu_x}$ πρέπει να χρησιμοποιηθεί καλώδιο Αλουμινίου διαμέτρου δ' με $A' = \frac{\pi \delta^2}{4}$. Όμως $R_{Al_{12}} = 1{,}64\, R_{Cu_{12}}$ άρα $R_{Al_x} = \frac{R_{Al\,12}}{1{,}64} \Rightarrow \rho \frac{l}{A_{Al_x}} = \frac{1}{1{,}64} \rho \frac{l}{A_{Al_{12}}} \Rightarrow A_{Al_x} = 1{,}64 A_{Al_{12}} \Rightarrow \frac{\pi \delta_x^2}{4} = 1{,}64\ \frac{\pi \delta_{Al\,12}^2}{4} \Rightarrow \delta_x^2\ =\ 1{,}64\ \delta_{12}^2 \Rightarrow \delta_x = \sqrt{1{,}64}\, \delta_{12} \Rightarrow \delta_x = 1{,}28\ 2{,}053\ mm\ =\ 2{,}629\ mm$

ΘΕΜΑ 2

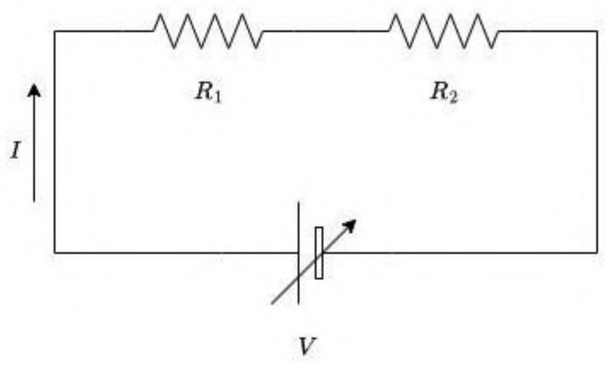
Λύση:

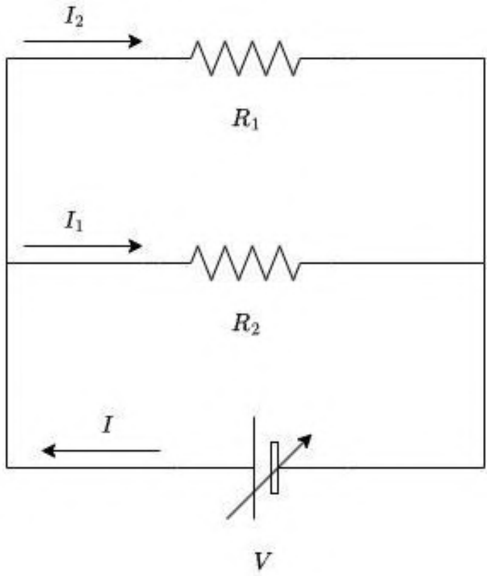
Για την f_1: $R_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{5}{0,1} = 50\ \Omega$, η τήξη όταν $I_1 > 0,1A$.

Για την f_2: $R_2 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{6}{0,2} = 30\ \Omega$, η τήξη όταν $I_2 > 0,2A$.

Στο κύκλωμα σε σειρά, όταν αυξάνεται η τάση V, αυξάνεται και η ένταση $I = \frac{V}{R_1+R_2}$ επομένως θα συμβεί πρώτα η τήξη της f_1 αφού $I_{max\,1} < I_{max\,2}$ οπότε $V = I_1(R_1 + R_2) = 0,1\ (50 + 30)\ =\ 8\ V$

Στο κύκλωμα παράλληλα, οι ασφάλειες έχουν την ίδια τάση V στα άκρα τους, άρα $V\ =\ I_1R_1 = I_2R_2\ \Rightarrow$ $50\ I_1 = 30I_2$. Καθώς η V αυξάνεται, αυξάνονται και οι εντάσεις οπότε για επομένως θα συμβεί πρώτα η τήξη της f_1 αφού $I_{max\,1} < I_{max\,2}$ οπότε $V = I_1(R_1 + R_2) = 0,1\ (50 + 30)\ =\ 8\,V$. Η πηγή θα διαρρέεται από $I = I_1 + I_2$ = 0,27 A.





ΘΕΜΑ 3

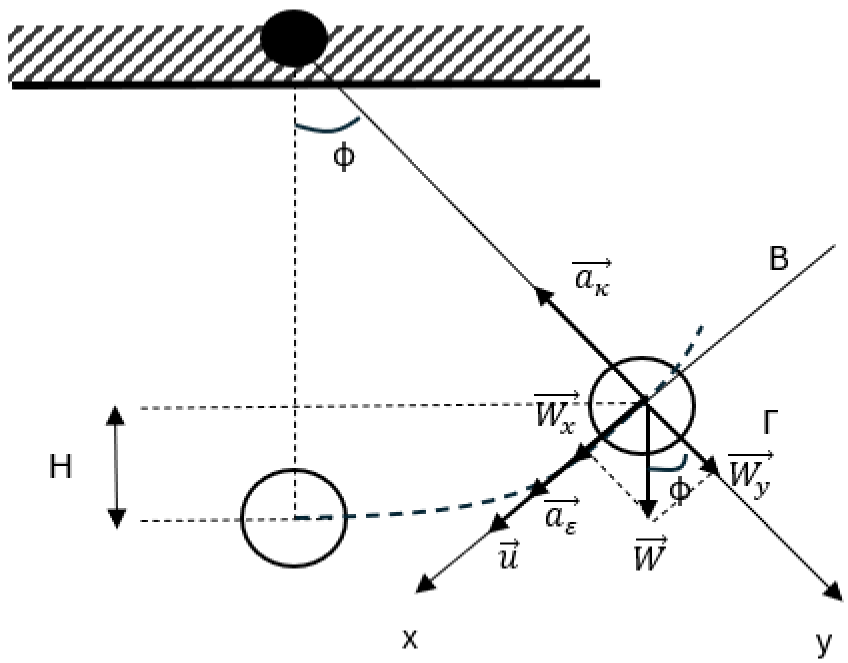
Λύση:

$$\boldsymbol{P_{\alpha\varepsilon\rho} = P_{\alpha\upsilon\tau} \Rightarrow \frac{V_{\alpha\varepsilon\rho}^2}{R_{\alpha\varepsilon\rho}} = \frac{V_{\alpha\upsilon\tau}^2}{R_{\alpha\upsilon\tau}} \Rightarrow \frac{24^2}{R_{\alpha\varepsilon\rho}} = \frac{12^2}{R_{\alpha\upsilon\tau}} \Rightarrow R_{\alpha\upsilon\tau} = \frac{1}{4} R_{\alpha\varepsilon\rho}}$$

$$\rho \frac{l}{A_{\alpha\varepsilon\rho}} = 4\rho \frac{l}{A_{\alpha\upsilon\tau}} \Rightarrow A_{\alpha\varepsilon\rho} = \frac{1}{4} A_{\alpha\upsilon\tau}$$

Καλώδια πιο λεπτά ζυγίζουν πιο λίγο

ΘΕΜΑ 4



- Στη θέση Α της εκτόξευσης έστω u_0 το μέτρο της αρχικής οριζόντιας ταχύτητας, είναι

  $K_0 = \frac{1}{2} m\, u_0^2$ (1)

- Στη θέση Β το αντικείμενο ακινητοποιείται στιγμιαία επομένως u=0 και έστω θ η γωνία που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφο. Η μηχανική ενέργεια κατά την κίνηση του σώματος διατηρείται, επομένως:

  $E_{MHX(A)} = E_{MHX(B)} \rightarrow K_0 = U_B \rightarrow K_0 = mgh \rightarrow K_0 = mgl\,(1\text{-συνθ}) \overset{(1)}{\rightarrow}$

  $\frac{1}{2} m\, u_0^2 = mgl\,(1\text{-συνθ}) \rightarrow u_0^2 = 2gl\,(1\text{-συνθ})$ (2)

- Το βάρος w αναλύεται στις συνιστώσες w_x και w_y και θα είναι:

$\sum_F y = F_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho.} \rightarrow T - w_y = m\,\frac{u^2}{l} \xrightarrow{u=0} T - mg\,\sigma\upsilon\nu\theta = 0$

$\xrightarrow{T=mg/2} \frac{mg}{2} = mg\,\sigma\upsilon\nu\theta \rightarrow \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^0$

- (2): $u_0^2 = 2gl\,(1\text{-}\sigma\upsilon\nu 60^0) \rightarrow u_0^2 = 2gl\,(1\text{-}\frac{1}{2}) \rightarrow u_0^2 = gl \xrightarrow{(1)}$

$K_0 = \frac{1}{2}\,mgl$ (3)

- Στη θέση Γ κατά τη χρονική στιγμή t_1 η διεύθυνση του νήματος σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφη. Η ανάλυση των δυνάμεων σε νέο σύστημα αξόνων x’,y’ δίνει:

$\sum_F x' = m\alpha_\varepsilon \rightarrow w_x = m\alpha_e \rightarrow mg\,\eta\mu\varphi = m\alpha_\varepsilon$

$\rightarrow \alpha_\varepsilon = g\,\eta\mu\varphi$ (4)

- $\frac{\alpha_\varepsilon}{\alpha_\kappa} = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha_\kappa = 2\,\alpha_\varepsilon \rightarrow \frac{u^2}{l} = 2\,g\,\eta\mu\varphi \rightarrow$

$u^2 = 2gl\eta\mu\varphi$ (5)

- $E_{MHX(A)} = E_{MHX(\Gamma)} \rightarrow K_0 = K_\Gamma + U_\Gamma \xrightarrow{(3)} \frac{1}{2}\,mgl = \frac{1}{2}mu^2 + mgH \rightarrow$

$\frac{1}{2}\,mgl = \frac{1}{2}mu^2 + mgl\,(1\text{-}\sigma\upsilon\nu\varphi) \rightarrow gl = u^2 + 2gl\,(1\text{-}\sigma\upsilon\nu\varphi) \rightarrow$

$u^2 = gl\,(2\sigma\upsilon\nu\varphi - 1)$ (6) $\xrightarrow{(5)}$ $2gl\,\eta\mu\varphi = 2gl\,\sigma\upsilon\nu\varphi - gl \rightarrow$

$2\,\eta\mu\varphi = 2\,\sigma\upsilon\nu\varphi - 1 \rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{1+2\,\eta\mu\varphi}{2} \rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\varphi = \frac{(1+2\,\eta\mu\varphi)^2}{4} \rightarrow$

$4\,\sigma\upsilon\nu^2\varphi = 1 + 4\,\eta\mu^2\varphi + 4\,\eta\mu\,\varphi \rightarrow 4\,(1 - \eta\mu^2\varphi) = 1 + 4\,\eta\mu^2\varphi + 4\,\eta\mu\,\varphi$

$8\,\eta\mu^2\varphi + 4\,\eta\mu\,\varphi - 3 = 0 \rightarrow \eta\mu\,\varphi = \frac{-1+\sqrt{7}}{4} \approx 0{,}4$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi \approx 0{,}9$

- β. $K_\Gamma = \frac{1}{2}\,mu^2 \xrightarrow{(5)} K_\Gamma = \frac{1}{2}\,mgl\,(2\,\sigma\upsilon\nu\,\varphi - 1) = \frac{1}{2}\,mgl\,(2 \bullet 0{,}9 - 1)$

$\xrightarrow{(3)} K_\Gamma = K_0\,(1{,}8 - 1) = 0.8\,K_0$ (7)

Οπότε $\frac{U_\Gamma}{K_0}\,\% = \frac{K_0 - K_\Gamma}{K_0}\,100\% = [\,1 - \frac{K_\Gamma}{K_0}\,]100\% \xrightarrow{(3),(7)}$

$\frac{U_\Gamma}{K_0}\,\% = [\,1 - \frac{0{,}8\,K0}{K_0}\,]\,100\% = 0{,}2 \bullet 100\% = 20\%$

- Κατά τη χρονική στιγμή t_1 είναι $[\frac{\vec{\Delta p}}{\Delta t}]_{t1} = \sum \vec{F} = \sum \vec{_F}\,x' + \sum \vec{_F}\,y'$

και για τα μέτρα τους: $\sum Fx = w_x' = mg\,\eta\mu\,\varphi = 0{,}4\,mg$ (8) και

$\sum F\,y = F_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho} = \frac{mu^2}{l} \xrightarrow{(6)} \sum \vec{_F}\,y' = mg\,(2\,\sigma\upsilon\nu\,\varphi - 1) =$

$= mg\,(2 \cdot 0{,}9 - 1) = 0{,}8\,mg$ (9)

Τελικά $\sum F = \sqrt{[\sum Fx]^2 + [\sum F y]^2} = \sqrt{(0{,}4mg)^2 + (0{,}8mg)^2} =$

$mg\sqrt{0{,}8} = 0{,}4\,mg\,\sqrt{5}$ N

επομένως $[\frac{\overrightarrow{\Delta p}}{\Delta t}]_{t1} = 0{,}4\,mg\sqrt{5}\ \frac{Kg\ m}{s^2}$ κατά μέτρο και διεύθυνση που σχηματίζει γωνία α με τη διεύθυνση του νήματος ώστε εφ α = $\frac{w_{x'}}{F_{κεντρ}} = \frac{mg\ ημφ}{mu^2/l} = \frac{1}{2}$

ΘΕΜΑ 5

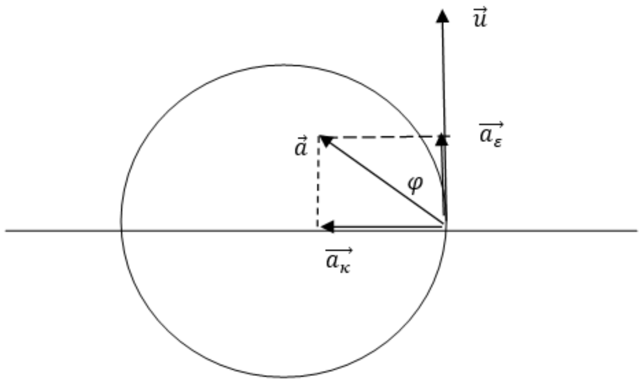
Λύση:

Το μόριο με ταχύτητα υ θα διανύσει τη διάμετρο $2r$ σε χρόνο t: $2r = \upsilon t$ (1). Στον ίδιο χρόνο ο κύλινδρος στρέφεται κατά γωνία $\theta = \omega t$ (2), ώστε το στίγμα στο ειδικό φιλμ της επίστρωσης να απέχει κατά τόξο $s = r\theta$ από το σημείο που θα άφηνε το στίγμα εάν ο κύλινδρος ήταν ακίνητος. Από τις (1) και (2): $2r = \upsilon\frac{\theta}{\omega} \Rightarrow \upsilon = \frac{2r\omega}{\theta} \Rightarrow \upsilon = 360\ m\,s^{-1}$. Επομένως η σωστή απάντηση είναι το Δ.

ΘΕΜΑ 6

ΛΥΣΗ

- $a_\kappa = \frac{u^2}{R} = \frac{4{,}5^2}{2{,}25}\frac{[m^2/s^2]}{[m]} = 9\ {}^{m}/_{s^2}$
- $a_\varepsilon = \left|\frac{du}{dt}\right| = 9\ {}^{m}/_{s^2}$
- $εφ\varphi = \frac{a_\kappa}{a_\varepsilon} = 1 \rightarrow \varphi = 45^o$



ΘΕΜΑ 7

Α. α) Υπολογισμός της ταχύτητας διαφυγής:

$K_A + U_A = K_\infty^{''0} + U_\infty^{''0}$ ή $\frac{1}{2}mu_\delta^2 - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma} = 0$ ή $\frac{1}{2}mu_\delta^2 = \frac{mg_0 R_\Gamma^2}{R_\Gamma}$ ή $u_\delta = \sqrt{2g_0 R_\Gamma}$

Έχουμε: $u_0 = \sqrt{\frac{18}{21} g_0 R_\Gamma} < \sqrt{2 g_0 R_\Gamma} = u_\delta$

Συνεπώς το διαστημόπλοιο δεν διαφεύγει από την έλξη της Γης.

β) Υπολογισμός της ταχύτητας του διαστημόπλοιου στο μέγιστο ύψος της ελλειπτικής τροχιάς.

$A.\Delta.E_{MHX}(A \to \Gamma)$: $E_{MHX,A} = E_{MHX,\Gamma}$ ή $K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma$ ή $\frac{1}{2} m u_0^2 - \frac{G M_\Gamma m}{R_\Gamma} = \frac{1}{2} m u_\Gamma^2 - \frac{G M_\Gamma m}{R_\Gamma + \frac{R_\Gamma}{2}}$ ή

ή $u_\Gamma^2 = u_0^2 - \frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma} + \frac{2GM_\Gamma}{\frac{3}{2} R_\Gamma} = u_0^2 - \frac{2 g_0 R_\Gamma^2}{R_\Gamma} + \frac{4 g_0 R_\Gamma^2}{3 R_\Gamma}$ ή

ή $u_\Gamma^2 = u_0^2 - 2 g_0 R_\Gamma + \frac{4 g_0 R_\Gamma}{3} = \frac{18 g_0 R_\Gamma}{21} - \frac{6 g_0 R_\Gamma}{3} + \frac{4 g_0 R_\Gamma}{3}$ ή

ή $u_\Gamma^2 = \sqrt{\frac{4}{21} g_0 R_\Gamma}$ ή $u_\Gamma = 3,5 \cdot 10^3 \ m/s$

Η ορμή του διαστημόπλοιου στο μέγιστο ύψος της ελλειπτικής τροχιάς είναι:
$\vec{p}_\Gamma = m \vec{u}_\Gamma \Rightarrow p_\Gamma = m u_\Gamma = 10^3 \cdot 3,5 \cdot 10^3 \ N \cdot s$ ή $p_\Gamma = 3,5 \cdot 10^6 \ N \cdot s$ **(1)**

Η ορμή που έχει το διαστημόπλοιο, όταν μετατρέπεται σε δορυφόρο κυκλικής τροχιάς γύρω από την Γη $(r_1 = R_\Gamma + R_\Gamma/2 = 3R_\Gamma/2)$ ισούται με $\vec{p}_1 = m \vec{u}_1$ ή $p_1 = m u_1$

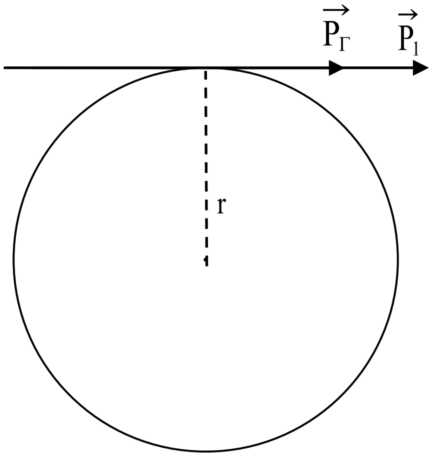
Σε κάθε δορυφόρο κυκλικής τροχιάς κεντρομόλος δύναμη είναι η δύναμη παγκόσμιας έλξης:

$F_N = F_\kappa$ ή $\frac{G M_\Gamma m}{(R_\Gamma + H_1)^2} = \frac{m u_1^2}{(R_\Gamma + H_1)}$ ή $u_1^2 = \frac{G M_\Gamma}{(R_\Gamma + H_1)} = \frac{g_0 R_\Gamma^2}{3/2 R_\Gamma} = \frac{2 g_0 R_\Gamma}{3}$ ή

ή $u_1 = \sqrt{\frac{2}{3} g_0 R_\Gamma} = \sqrt{2/3 \cdot 10 \cdot 64 \cdot 10^5}$ ή $u_1 = 6,53 \cdot 10^3$ **(2)**

(1), (2) $\Rightarrow p_1 = m u_1$ ή $p_1 = 6,53 \cdot 10^6 \ N \cdot s$

Η ορμή που πρέπει να δοθεί στο διαστημόπλοιο για να τεθεί σε κυκλική τροχιά ακτίνας $r = R_\Gamma + H_1 = 3/2 R_\Gamma$ από τον Ν.Μ.Ο.



$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_1 - \vec{p}_\Gamma$. Τα διανύσματα όμως βρίσκονται στην ίδια κατεύθυνση, οπότε έχουμε:

$\Delta p = p_1 - p_\Gamma = 6,53 \cdot 10^6 - 3,5 \cdot 10^6$ ή $\Delta p = 3 \cdot 10^6 \ N \cdot s$

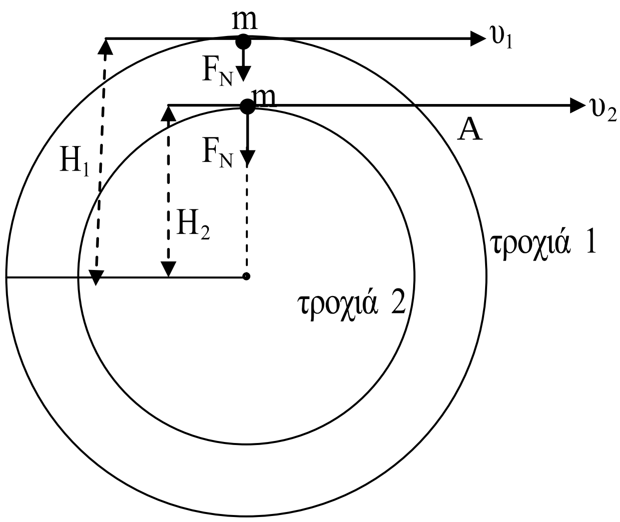
γ) $w = \frac{1}{2} m u_1^2 - \frac{1}{2} m u_\Gamma^2 = \frac{1}{2} \cdot 10^3 [(6,53 \cdot 10^3)^2 - (3,5 \cdot 10^3)^2]$ ή $w = 148,75 \cdot 10^8 \ J$.

δ) $u_1 = \frac{2\pi}{T_1}(R_\Gamma + H_1)$ ή

$T_1 = \frac{2\pi \frac{3}{2} R_\Gamma}{u_1} = \frac{3\pi R_\Gamma}{u_1} = \frac{3 \cdot 3,14 \cdot 64 \cdot 10^5}{6,53 \cdot 10^3}$

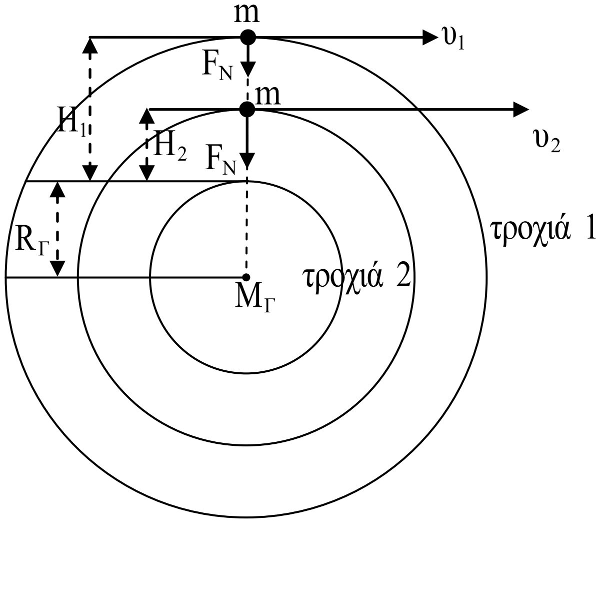
ή

ή $T_1 = 9235,5 \ \text{sec}$



Β. Η κεντρομόλος δύναμη είναι η δύναμη παγκόσμιας έλξης, οπότε: $\frac{G M_\Gamma m}{(R_\Gamma + H_1)^2} = \frac{m u_2^2}{(R_\Gamma + H_1)^2}$ ή

$u_2 = \sqrt{\frac{G M_\Gamma}{R_\Gamma + H_2}}$ ή $u_2 = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma^2}{R_\Gamma + H_2}}$



- $E_{MHX,1} = E_{MHX,2} + Q$ ή

$E_{MHX,2} = E_{MHX,1} - Q$ ή

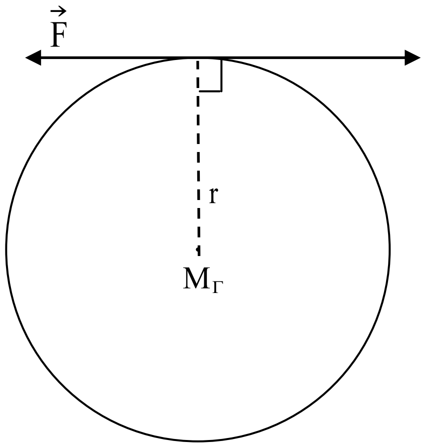
$$\frac{mu_2^2}{2} - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + H_2} = \frac{mu_1^2}{2} - \frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + H_1} - Q$$ ή $$-\frac{2048 \cdot 10^{14}}{r_2} = -21,34 \cdot 10^9 - 12 \cdot 10^6$$ ή

$r_2 = 9590\ km$ και $r_1 = 9600\ km$.

- $u_2 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r_2}} = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma^2}{r_2}} = \omega_2 r_2 = \frac{2\pi}{T_2} r_2$ ή $T_2 = 2\pi \frac{r_2}{u_2}$ ή $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{r_2^3}{g_0 R_\Gamma^2}}$ ή $T_2 = 9215\ s$

β) Η μέση ακτίνα είναι: $\bar{r} = \frac{(R_\Gamma + H_1) + (R_\Gamma + H_2)}{2}$

$W_F = -\frac{12 \cdot 10^6}{100} = -12 \cdot 10^4\ J$ το μέσο έργο της επιβραδύνουσας δύναμης ανά περιφορά, κατά τη διάρκεια των 100 περιφορών.



$Q_1 = |W_F| = \bar{F} \cdot 2\pi\bar{r}$ ή $\bar{F} = \frac{|W_F|}{2\pi\bar{r}}$

γ) $F_\kappa = F_N, \frac{mv^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2}, \frac{mv^2}{2} = G\frac{Mm}{2r}, K = G\frac{Mm}{2r}$. Όμως: $U = -G\frac{Mm}{r}$. Έτσι: $K = -\frac{U}{2}$. Καθώς η ακτίνα r ελαττώνεται, η κινητική ενέργεια αυξάνεται, ενώ η δυναμική ενέργεια ελαττώνεται. Για τη μηχανική ενέργεια ισχύει: $E = K + U = -\frac{U}{2} + U = \frac{U}{2}$, συνεπώς και η μηχανική ενέργεια ελαττώνεται, λόγω τριβών. Η ελάττωση της δυναμικής ενέργειας μετατρέπεται εξ ολοκλήρου σε αύξηση της κινητικής ενέργειας και έργο (κατ' απόλυτη τιμή) τριβών: $-\Delta U = \Delta K + Q$.